

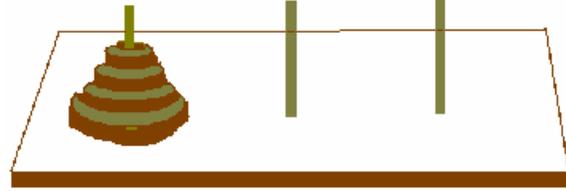
## మేధామాత్రికలు

- శ్రీనివాసరావు అయినాపురపు.

క్రితం సంచికలో 'టవర్స్ ఆఫ్ హనాయ్' సమస్యయొక్క వివరణతో ముగించాము.

**టవర్స్ ఆఫ్ హనాయ్ సమస్య వివరణ:**

ఇది గణితమునకు సంబంధించిన ఒక ఆట లేదా మెదడుకు మేత. ప్రక్క పటములో చూపినట్లు ఈ సమస్య సాధనకు కావలసిన పరికరములు - మూడు నిలువు కడ్డీలు, వాటిలోకి జారవేయగలిగిన వివిధ కొలతలు కలిగిన వృత్తాకారపు దిమ్మలు. మొదట ఆ



దిమ్మలు వాటి కొలతలను బట్టి చిన్నది పైన ఉండే విధముగా, ఒకదానిపై ఒకటి పెర్చి ఒక కడ్డీపై అమర్చి ఉంటాయి. క్రింది నియమములను పాటిస్తూ ఆ దిమ్మలను వేరొక కడ్డీపైకి మార్చడం మన ముందున్న లక్ష్యం.

- ఒక తడవ ఒక దిమ్మను మాత్రమే కదపాలి.
- ప్రతిసారి ఒక కడ్డీపైనున్న దిమ్మనే వేరొక కడ్డీపైకి మార్చాలి. ఈ సందర్భములో రెండవ కడ్డీపై ఉంచే దిమ్మను ముందే ఉన్న దిమ్మలపై మాత్రమే ఉంచాలి.
- ఏ దిమ్మనుకూడా దాని కంటే చిన్నదిమ్మపై ఉంచరాదు.

ఇప్పుడు మన కర్తవ్యం ఆ దిమ్మలను (పై నియమాలను పాటిస్తూ) తాత్కాలికమైన కడ్డీని ఉపయోగించుకుంటూ ఒక కడ్డీ నుండి మరొక కడ్డీకి జరపాలి.

మొదట ఒక దిమ్మతో మొదలుపెడితే, ఒకే ఒక కదలికతో మన లక్ష్యమును సాధించవచ్చు. మార్చబోతున్న దిమ్మ మొదట ఉన్న స్థానమును 'S' అని, చేర్చబడుతున్న స్థానమును 'D' అని అనుకుంటే, అక్షరమునకు క్రిందనీయబడిన సంఖ్య దిమ్మయొక్క సంఖ్య పైనుండి క్రిందికి ఇవ్వబడినచో;  $I_2, I_1$  పై నుండరాదు.  $D_2, D_1$  పై నుండరాదు. మొదటి కడ్డీపై రెండు, మూడు, నాలుగు దిమ్మలున్నప్పుడు వరుసగా దిమ్మలను ఎలా కదపాలో తెలియజేసే పట్టికను క్రింద ఇస్తున్నాం. దానిని ఉపయోగించి ఒక క్రమమైన పరిష్కారమార్గమును వ్యాసే ప్రయత్నము చేద్దాం!

ఒక దిమ్మ	రెండు దిమ్మలు	మూడు దిమ్మలు
$S_1 \rightarrow D_1$	$S_1 \rightarrow I_1$ $S_2 \rightarrow D_2$ $I_1 \rightarrow D_1$	$S_1 \rightarrow D_1$ $S_2 \rightarrow I_2$ $D_1 \rightarrow I_1$ $S_3 \rightarrow D_3$ $I_1 \rightarrow S_1$ $I_2 \rightarrow D_2$ $S_1 \rightarrow D_1$

నాలుగు దిమ్మలు:

$S_1 \rightarrow I_1;$      $S_2 \rightarrow D_2;$      $I_1 \rightarrow D_1;$      $S_3 \rightarrow I_3;$      $D_1 \rightarrow S_1;$      $D_2 \rightarrow I_2;$   
 $S_1 \rightarrow I_1;$      $S_4 \rightarrow D_4;$      $I_1 \rightarrow D_1;$      $I_2 \rightarrow S_2;$      $D_1 \rightarrow S_1;$      $I_3 \rightarrow D_3;$   
 $S_1 \rightarrow I_1;$      $S_2 \rightarrow D_2;$      $I_1 \rightarrow D_1;$

జాగ్రత్తగా గమనిస్తే, ఒక దిమ్మ ఉన్నప్పుడు ఒక కదలిక ( $2^1 - 1$ ), రెండు దిమ్మలు ఉన్నప్పుడు 3 కదలికలు ( $2^2 - 1$ ), మూడు దిమ్మలు ఉన్నప్పుడు 7 కదలికలు ( $2^3 - 1$ ), నాలుగు దిమ్మలు ఉన్నప్పుడు 15 కదలికలు ( $2^4 - 1$ ) అవసరమవుతాయి. ఈ విధముగా 'n' దిమ్మలను కదపడానికి ( $2^n - 1$ ) కదలికలు అవసరమవుతాయి.

**మరికొన్ని విశ్లేషణలు:**

దిమ్మలు బేసి సంఖ్యలోనున్నప్పుడు, మొదటి దిమ్మ తుది స్థానమునకు చేర్చబడుతోంది. దిమ్మలు సరి సంఖ్యలోనున్నప్పుడు, మొదటి దిమ్మ తాత్కాలికమైన కడ్డీకి చేర్చబడుతోంది.

ఒక దిమ్మ ఉన్నప్పుడు ఒక కదలిక అవసరము. ( $6 \times 0 + 1$ )

రెండు దిమ్మలు ఉన్నప్పుడు మూడు కదలికలు అవసరము. ( $3 \times 1$ )

మూడు దిమ్మలు ఉన్నప్పుడు ఏడు కదలికలు అవసరము. ( $6 \times 1 + 1$ )

నాలుగు దిమ్మలు ఉన్నప్పుడు పదిహేను కదలికలు అవసరము. ( $3 \times 5$ )

ఐదు దిమ్మలు ఉన్నప్పుడు ముప్పైఒక్క కదలికలు అవసరము. ( $6 \times 5 + 1$ )

ఆరు దిమ్మలు ఉన్నప్పుడు అరవైమూడు కదలికలు అవసరము. ( $3 \times 21$ )

ఏడు దిమ్మలు ఉన్నప్పుడు నూట ఇరవై ఏడు కదలికలు అవసరము. ( $6 \times 21 + 1$ )

అన్ని సందర్భములలోనూ పెద్ద దిమ్మ తుది స్థానము చేరడమనేది మధ్యస్థమైన కదలిక.

మూడు దిమ్మలున్న సందర్భమును తీసుకుందాం. పైనున్న దిమ్మను 1 గాను, కింది దిమ్మను 3 గాను అనుకుని, వాటిని కడ్డీ A నుండి కడ్డీ C కి తాత్కాలికముగా ఉపయోగించే కడ్డీ B ను ఉపయోగించుకుంటూ కదపడానికి ప్రయత్నము చేద్దాం!

మొదటి మరియు రెండవ దిమ్మలను ఒక దిమ్మగా ఊహించుకుంటే, అప్పుడు అది తాత్కాలికమైన B కడ్డీ మీదికి, మూడవ దిమ్మ C కడ్డీ మీదికి కదపవచ్చు. కానీ మొదటి మరియు రెండవ దిమ్మలను B కడ్డీ మీదికి జరపడం ఒకసారి జరపలేము. మొదటి దిమ్మను C కడ్డీ మీదికి జరిపి, రెండవ దిమ్మను B కడ్డీ మీదికి, అప్పుడు మొదటి దిమ్మను B కడ్డీ మీదికి జరపాలి. ఇది పునరావృతమయ్యే పద్ధతి. ఈ పునరావృతమయ్యే ఈ పద్ధతిని గురించి, పునరావృత పద్ధతి ద్వారా ఈ సమస్యను ఎలా పరిష్కరించవచ్చో వచ్చే సంచికలో చూద్దాం!

? మన పది చేతి వేళ్ళను ఉపయోగించి ఎన్ని సంఖ్యల వరకు లెక్కించవచ్చు?

➤ కుడిచేతి ఐదు వేళ్ళను లెక్కించిన తరువాత ఎడమచేతి ఒక వేలిని మడిచి, మళ్ళీ కుడి చేతి ఐదు వేళ్ళను మళ్ళీ లెక్కించిన తరువాత ఎడమచేతి రెండవ వేలిని మడవాలి. ఈ విధముగా మొత్తం 25 అంకెల వరకు లెక్కించవచ్చు.

(తిరిగి వచ్చే సంచికలో కలుద్దాం! అంతవరకు సెలవు.)