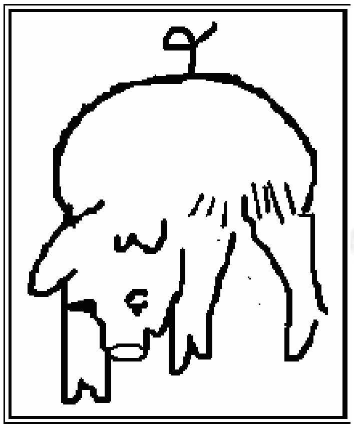
మేధామాత్రికలు

- శ్రీనివాసరావు అయినాపురపు.

కాలిఫోర్నియా నుండి "'శ్రీనివాస రామానుజన్ మేథ్ క్లబ్' అక్కడ నిర్వహిస్తున్నారా?" అని అడుగుతూ కొన్ని ఫోన్ కాల్స్ వచ్చాయి. "భవిష్యత్తులో నిర్వహించే అవకాశము ఉంది." అనే దీనికి సమాధానము. 2006 వేసవిలో నిర్వహించిన 'శ్రీనివాస రామానుజన్ మేథ్ క్లబ్' జులై 29తో ముగించాము. తొమ్మిది మంది పిల్లలతో, ఎనిమిది మంది పెద్దవాళ్ళతో ఎంతో చక్కగా సాగింది. వారంతా ఈ కార్యక్రమాన్ని ఆసాంతం ఆనందించారు. పిల్లలకు యోగ్యతా పత్రములు అందజేయడం జరిగింది. చాలామంది 1/19 విలువను 18 దశాంశముల వరకు కనుగొనేపద్ధతి గురించి అడిగారు. సంతోషం! ఈ సంచికలో ఆ పద్ధతి తెలియజేస్తున్నాం. వేల సంవత్సరాల క్రితం మన వేదములలో ఇలాంటి సూత్రములు అనేక శ్లోకములలో అంతర్లీనంగా పొందుపరచబడ్డాయి. కొంతమంది యోగులు ఎంతో సాధనచేసి వాటిని వెలుగులోకి తెచ్చారు. అలాంటి కొన్ని సూత్రములనే మీకు అందించే ప్రయత్నం చేసాం, చేస్తున్నాం.

ఈ సంచికలో కఠినసమస్యలను సులువుగా సాధించే పద్ధతులు, సమస్యా పరిష్కార రీతులు మొదలైనవి తెలుసుకుందాం! విషయానికి వద్దామా మరి!!

> ***గమనిక:*** *పిల్లలకి ఈ సూత్రములు నేర్పేముందు, వారికి సాధారణ పద్ధతిలో ఆ లెక్కలు చెయ్యడం వచ్చి ఉండాలి. అప్పుడు ఈ పద్ధతిలో చెయ్యడము ఎంత సులభమో తెలుస్తుంది. ఈ సూత్రములు వాడుతున్నప్పుడు మొదట కొంత కాలము లెక్కలను సాధారణ పద్ధతిలో కూడా చేసి, సమాధానములు సరిచూడడం చాలా అవసరం.*



ప్రక్క పటములో మీకు ఏమి కనిపిస్తున్నాది? పంది? లేదా ముసలాయన? కొందరికి మొదటిసారి చూసినప్పుడు పందిగాని లేదా ముసలాయన ఆకారముగాని కనిపిస్తుంది. మనము ఉపయోగించే మెదడు కుడి భాగము లేదా ఎడమ భాగమును బట్టి ఫలితము ఉంటుంది. అలాగే ఒక వ్యక్తికి సాహిత్యము, తార్కిక పరిశీలన (logical analysis), వ్యాకరణము, ఆటలు, కళలపై గల ఆసక్తిని బట్టి ఆ వ్యక్తి మెదడులో ఏ భాగము (కుడి లేదా ఎడమ) ప్రస్ఫుటముగా పనిచేస్తోందో చెప్పవచ్చు.

ఒక సంఖ్యను 9 చే భాగించడానికి సులువు పద్ధతిని క్రింది ఉదాహరణలో గమనించండి.

9 తో భాగహారము :

341 ÷ 9 = 37 R 8

3+4+1

Figure A

ఉదాహరణకు 341 ని 9 చే భాగించగా 37 భాగఫలము, 8 శేషము వస్తుంది. దీనినే పఠము A లో చూపిన విధముగా మొదట 3 ను, తరువాత (3+4) = 7ను వ్రాస్తే, భాగఫలము 37 వస్తుంది. ఇక శేషము (3+4+1) = 8.

మరొక ఉదాహరణ తీసుకుందాం! 785624/9.

785624 ÷ 9 = 7(7+8)(7+8+5)(7+8+5+6)(7+8+5+6+2)R(7+8+5+6+2+4)
= 7(15)(20)(26)(28)R(32)
= 7(15)(20)(28)8+3R5 [32>9. So 32 = 3R5]
= 7(15)(22)88+3R5
= 7(17)288+3R5
= 87288+3R5
= 87291R5

Figure B

భాగఫలము [7(7+8)(7+8+5)(7+8+5+6) (7+8+5+6+2)] = [7(15)(20)(26)(28)] = [7(15)(20)(28)8] = [7(15)(22)88] = [7(17)288] = 87288. శేషము 7+8+5+6+2+4 = 32, అనగా 9 కంటే ఎక్కువ. కావున తిరిగి 9 చే భాగించగా, 3 భాగఫలము, 5 శేషము వస్తుంది. కనుక భాగఫలము 87288+3 = 87291, శేషము 5. వివరములకు పఠము B మరియు C ని చూడండి.

Coefficient	Reminder
7 8 5 6 2	4
7 8 5 6	2
7 8 5	6
7 8	5
7	8
	7
8 7 2 8 8	32

Figure C

135 X 11 = 1(1+3)(3+5)5
= 1485
784352 X 11 =
= 7(7+8)(8+4)(4+3)(3+5)(5+2)2
= 7(15)(12)7872
= 85(12)7872
= 8627872

Figure D

11తో గుణకారము :

ఉదాహరణకు 135 x 11 = 1(1+3)(3+5)5 = 1485.

అదేవిధముగా 784352 x 11 = 7(7+8)(8+4)(4+3)(3+5)(5+2)2 = 7(15)(12)7872 = 7(16)27872 = 8627872. సమాధానములను మీకు తెలిసిన పద్ధతిలో కనుగొని సరిచూసుకోండి.

చాలా సులువు కదా! కూడిక కుడి నుండి ఎడమకి చేయాలి. వివరములకు పటము D చూడండి.

జటిలమైన్ భాగహారము :

997	1234	567	
003	003		003 X 1
	00	6	003 X 2
	0	09	003 X 3
		021	003 X 7
	1237	1278	

$$1234567 \div 997 = 1237 \text{ R } 1278$$
$$= 1238 \text{ R } 281$$

Figure E

ఉదాహరణకు 1234567ని 997చే భాగించడము పటము E లో చూపినట్లు చెయ్యవచ్చు. ఏదేని సంఖ్యను 997 చే భాగించునపుడు శేషము అంతకంటే తక్కువే ఉంటుంది. కనుక ఇచ్చిన సంఖ్యలో చివరి మూడు అంకెలు వేరుగా వ్రాద్దాము. అనగా 1234 భాగఫలమును, 567 శేషమును నిర్ణయించేదిగా అనుకుందాం. 997, వెయ్యి (10^3) కంటే 3 తక్కువ. కనుక 997 క్రిందుగా 003 వ్రాద్దాం. ఇప్పుడు 003ని 1 (భాజ్యములోని అధిక స్థానవిలువగలిగిన అంకె)తో గుణించి రెండవ పంక్తిలో వ్రాద్దాం. ఇప్పుడు 003ని 2 (భాజ్యములో ఎడమనుండి రెండవ అంకె), 0 (రెండవ వరుసలో 2కి క్రిందగా ఉన్న అంకె)ల మొత్తముతో గుణించి మూడవ వరుసలో వ్రాయాలి. తరువాత 003ని 3 (భాజ్యములో ఎడమనుండి మూడవ అంకె, దాని క్రింద రెండవ వరుసలోని అంకె, దాని క్రింద మూడవ వరుసలోని అంకెల మొత్తము)తో గుణించి నాల్గవ వరుసలో వ్రాయాలి. ఇప్పుడు 003ని 7 (భాజ్యములో ఎడమనుండి నాలుగవ అంకె, దాని క్రింద రెండవ వరుసలోని అంకె, దాని క్రింద మూడవ వరుసలోని అంకె, దాని క్రింద నాల్గవ వరుసలోని అంకెల మొత్తము)తో గుణించి 5వ వరుసలో వ్రాయాలి. ఇప్పుడు భాగఫలము, శేషములకు సంబంధించిన భాగాల మొత్తములు వరుసగా 1237 మరియు 1278. శేషము 997 కంటే ఎక్కువ ఉండే అవకాశము లేదు, కావున 1278ని మళ్ళీ 997తో భాగిస్తే భాగఫలము 1 శేషము 281 వస్తుంది. అందువలన భాగఫలము 1237 + 1 = 1238, శేషము 281 వస్తుంది.

ఇక మీరు ఎదురుచూస్తున్న సమస్య, 1 ని 19 చే భాగించి 18 దశాంశ స్థానముల వరకు కనుగొను పద్ధతి. దీనిని సాధించడానికి రెండు పద్ధతులున్నాయి. ఒకటి గుణకార పద్ధతి, రెండు భాగహార పద్ధతి. వీటి వివరణ క్రింద చూడండి.

గుణకార పద్ధతి :

1/19 లో 19 హారము. ఈ సూత్రము ఉపయోగించడానికి హారము 9 తో ముగియాలి. ఉదాహరణకు 1/29, 2/39, 5/9 ల విలువను దశాంశములలో కనుగొనేందుకు ఈ సూత్రము వాడవచ్చు. ఇక్కడ

మనము కీలకమైన సంఖ్యను, (హారము - 9)/10 + 1ని, గుర్తుంచుకోవాలి. అనగా 9 లేకుండా హారమన్న మాట. కావున 1/19కి కీలక సంఖ్య 2, 1/29 కి 3, 5/9 కి 1. ఒక భాగహారములో గరిష్టముగా ఆవర్తన దశాంశముల సంఖ్య (హారము - లవము) వరకు రావచ్చు. మన సమస్యకు 19 - 1 = 18 దశాంశస్థానముల వరకు రావచ్చు. ఈ పద్ధతిలో సమాధానము కుడినుండి ఎడమకు వ్రాస్తాము. కుడి ప్రక్క మొదటి అంకె భిన్నములోని లవమే. ఇప్పుడు లవమును కీలక సంఖ్యతో గుణించి మొదటి అంకెకు ఎడమప్రక్కగా వ్రాయాలి. ఇప్పుడు క్రొత్తగా వ్రాసిన అంకెను తిరిగి కీలక సంఖ్యతో గుణించి మళ్ళీ ఎడమ ప్రక్కగా వ్రాయాలి. ఇలా పఠము F లో చూపినట్లు చేస్తూపోవాలి. కుడి నుండి ఎడమకు 1తో మొదలై, 2 (1 ని కీలక సంఖ్య 2 తో గుణిస్తే), 4 (2ను కీలక సంఖ్యతో గుణిస్తే), 8 (4ను కీలక సంఖ్యతో గుణిస్తే), 16 (8ని కీలక సంఖ్యతో గుణించి, పదుల స్థానమును-ఒకట్ల స్థానముక్రింద వ్రాయాలి) ఇలా బాణీ తిరిగి వచ్చేవరకు, లేదా 18 (హారము - లవము) దశాంశములు వచ్చేవరకు చెయ్యాలి.

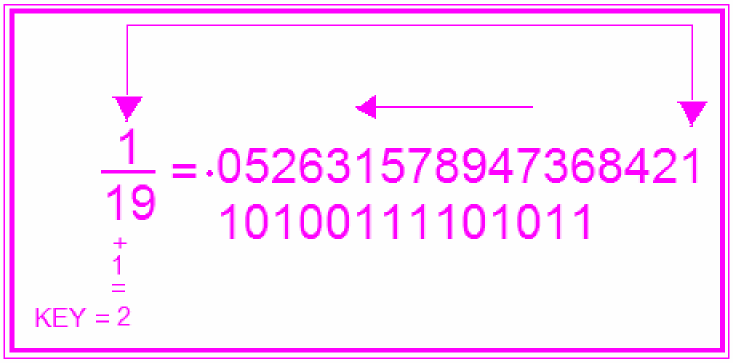


Figure F

1/7 విలువను కనుగొనడానికి, లవమును మరియు హారమును 7 తో గుణించాలి. ఇప్పుడు 7/49 లో హారము 9 తో ముగుస్తున్నది. కుడి నుండి మొదటి అంకె 7 (లవము), కీలక సంఖ్య 5. కనుక

1/7 = 0.142857
21423

5/9 విలువను కనుగొనడానికి, కీలక సంఖ్య 1 మరియు ప్రారంభసంఖ్య 5. ప్రారంభ సంఖ్య (5)ను 1 (కీలక సంఖ్య)తో గుణించినపుడు మళ్ళీ 5 వస్తుంది. కనుక 5/9 = 0.555... = $0.\bar{5}$ (ఆవర్తన దశాంశము)

సంవత్సరానికి ఒకసారే వేసవి సెలవులు!!

విద్యార్థి : మళ్ళీ శ్రీనివాస రామానుజన్ మేథ్ క్లబ్ ఎప్పుడు?

మేథ్‌క్లబ్ వాలంటీర్ : ప్రతి సంవత్సరమూ వేసవి సెలవులలో.

విద్యార్థి : ఓ! వేసవి సెలవులు సంవత్సరానికి ఒకసారే వస్తాయి. ఇంకా ఎక్కువ సార్లు వస్తే ఎంత బాగుణ్ణు - ఎంచక్కా ఆహ్లాదం కలిగించే మేథ్ క్లబ్ సమావేశాలు ఎక్కువ సార్లు జరిగి ఉండేవి కదా!

మేథ్‌క్లబ్ వాలంటీర్ : ?#@!?

భాగహార పద్ధతి : ఇది గుణకార పద్ధతికి విలోమ పద్ధతి. ఇక్కడకూడా 1/19కి కీలక సంఖ్య 2. లవమును (1ని) కీలక సంఖ్య (2)చే భాగించగా, భాగఫలము 0, శేషము 1. కావున సమాధానము 0.0 తో మొదలవుతుంది. శేషమును భాగఫలము క్రింద, పఠము G లో చూపినట్లు, వ్రాయాలి. ఇప్పుడు 10ని - కీలక సంఖ్య (2)చే భాగించగా, భాగఫలము 5 మరియు శేషము 0. 5 (05)ను కీలక సంఖ్య (2) చే భాగించగా, భాగఫలము 2 మరియు శేషము 1. ఇదే విధముగా పఠములో చూపినట్లు బాణీ తిరిగి వచ్చే వరకు చేస్తూపోవాలి.

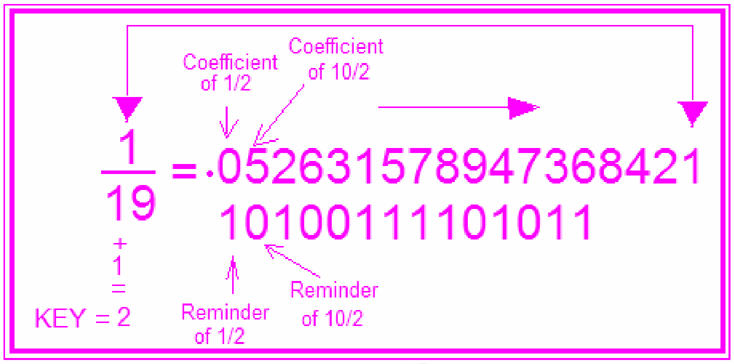


Figure G

శ్రీనివాస రామానుజన్ మేథ్ క్లబ్ 2006కు హాజరైన విద్యార్థులు

మేధామాత్రికలు శీర్షికను ప్రస్తుతానికి ఆపుతున్నాము. నా చిన్ననాటినుండి నేటివరకు నన్ను ఉత్సాహపరచి, సందర్భోచితమైన సలహాలతో నాకు సహకరించిన గురువులకు, గురు తుల్యులందరికీ నా ధన్యవాదములు తెలియజేస్తూ - శ్రీనివాసరావు అయినాపురపు.